INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
Clasa a V-a
BAREM DE EVALUARE

SUBIECTUL I

Oficiu 1 punct

a) Culegerea are $240 : 30 = 8$ capitole 2 puncte

b) Un capitol are cel puțin 10 imagini, deci numărul cel mai mic de figuri geometrice este $8 \cdot 10 = 80$ imagini .. 2 punct

Numerele paginilor sunt consecutive $\Rightarrow x + (x+1) = 291$

Finalizare: pe pagina din dreapta este numărul 146 1 punct

c) 612 cifre 1 punct

SUBIECTUL II

Oficiu 1 punct

$\overline{ab} \leq 2(a+b) \Rightarrow 10a + b \leq 2a + 2b \Rightarrow 8a \leq b \Rightarrow a = 1; b = 8$ sau $b = 9 \Rightarrow A = \{18;19\}$ 4 puncte

Se verifică dacă elementele lui A aparțin lui B. Rezultă că $A \cap B = \emptyset$ și $A \setminus B = \{18;19\}$ 2 puncte

SUBIECTUL III

Oficiu 1 punct

Notăm u(A) ultima cifră a lui A.

Avem u(A)=u(2006^{2009})+u(2007^{2008})+ u(2008^{2007}) + u(2009^{2006})= u(6^{2009}) + u(7^{2008})+u(8^{2007})+u(9^{2006})= 1 punct

U(6+1+2+1) =0. Dacă u(A)=0, atunci numărul are ca divizor pe 10. 5 puncte

SUBIECTUL IV

Oficiu 1 punct

Fie N=$\overline{abc}$. Atunci nr. de 2 cifre sunt $\overline{aa}$, $\overline{bb}$, $\overline{cc}$, $\overline{ab}$, $\overline{ba}$, $\overline{ac}$, $\overline{ca}$, $\overline{bc}$, $\overline{cb}$

Rezultă că $\overline{abc}$ = 33(a+b+c) 2 puncte

=> 3\(a+b+c) => 99\$\overline{abc}$ 1 punct

=> 9\(a+b+c) => 1 punct

a+b+c $\in$ {9,18,27} => 1 punct

$\overline{abc}$ $\in$ {297,594,891} => $\overline{abc}$ = 594 1 punct

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
BAREM DE EVALUARE
Clasa a VI-a

SUBIECTUL I

Oficiu — 1 punct

$\overline{xkx} = 10^2 \cdot x + 10 \cdot k + x = 101 \cdot x + 10 \cdot k$ k=$\overline{1,9}$

$$\frac{101 \cdot x + 10 + 101 \cdot x + 20 + ... + 101 \cdot x + 90}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 10 \cdot (1 + 2 + ... + 9)}{101 \cdot x + 50} =$$ 4 puncte

$$= \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 10 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2}}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot 101 \cdot x + 9 \cdot 50}{101 \cdot x + 50} = \frac{9 \cdot (101 \cdot x + 50)}{(101 \cdot x + 50)} = 9 = 3^2$$ 2 puncte

SUBIECTUL II

Oficiu — 1 punct

$94 = n \cdot c_1 + r$ (1)

$126 = n \cdot c_2 + r$ (2)

$174 = n \cdot c_3 + r$ (3) — 1 punct

$(2) - (1) \Rightarrow n \cdot (c_2 - c_1) = 32$

$(3) - (2) \Rightarrow n \cdot (c_3 - c_2) = 48$

$(3) - (1) \Rightarrow n \cdot (c_3 - c_1) = 80$ — 2 puncte

$\Rightarrow n$ este divizor comun al numerelor 32, 48 şi 80. — 1 punct

Calculând (32, 48, 80) obținem 16. — 1 punct

Îndeplinesc condițiile problemei toți divizorii lui 16 care au două cifre, adică 16. $\Rightarrow$ restul este egal cu 14. — 1 punct

SUBIECTUL III

Oficiu — 1 punct

a) Semidreptele (OE şi (OA opuse =>m($\angle$AOE)=180^0

(OD $\perp$ (OB =>m($\angle$BOD)=90^0=> — 1 punct

m($\angle$AOB)+ m($\angle$EOD)=90^0

m($\angle$DOE)=9m($\angle$AOB) =>m($\angle$AOB)=9^0 şi m($\angle$DOE)=81^0

=>m($\angle$COD)=9^0 — 2 puncte

b) (OF este bisectoarea unghiului $\angle$ EOD =>m($\angle$DOF)=$40,5^0$

(OM este bisectoarea unghiului $\angle$ DOC =>m($\angle$DOM)=$4,5^0$ — 2 puncte

=>m($\angle$MOF)=45^0 — 1 punct

SUBIECTUL IV

Oficiu — 1 punct

Din ipoteză 7| x+4y. Dar 7|7x+7y — 1 punct

si atunci 7|(7x+7y)-(x+4y), adică 7|6x+3y sau 7|3(2x+y). — 2 puncte

Cum 7 nu divide pe 3 rezultă 7|2x+y. — 2 puncte

În concluzie frac□ia $\frac{x+4y}{2x+y}$ se simplifică prin 7, deci este reductibilă. — 1 punct

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
BAREM DE EVALUARE
Clasa a VII-a

SUBIECTUL I

Oficiu 1 punct

a) $\sqrt{\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}}=\sqrt{111(a+b+c)}\in Q\Rightarrow a+b+c=111$ fals,
deoarece max(a+b+c)=27. 2 puncte

b) $3\sqrt{\overline{a,(bc)}+\overline{b,(ca)}+\overline{c,(ab)}}=\overline{ab}\Rightarrow 3\sqrt{\frac{110(a+b+c)}{99}}=\overline{ab}\Rightarrow\sqrt{10(a+b+c)}=\overline{ab}$ 2 puncte

$\max(a+b+c)=27\Rightarrow a+b+c=10$ 1 punct

Deci $10=\overline{ab}\Rightarrow a=1, b=0, c=1\Rightarrow\overline{abc}=109$ 1 punct

SUBIECTUL II

Oficiu 1 punct

a) Fie M a.î. EM|| AC și GM || AB. În ΔEMG, AE ⊥ AB => AE ⊥ MG(1); AG ⊥ AC => AG ⊥ ME(2). 1 puncte

Din 1,2 => A ortocentru ΔEMG=> MA ⊥ EG , AA’ ⊥ EG => M ∈ AA’. 1 punct

b) Fie BB’ ⊥ AA’, B’ ∈ AA’ și CC’ ⊥ AA’, C’ ∈ AA’.

ΔABB’ ≡ ΔEAA’(I.U) => AA’ ≡ BB’ 1 punct

ΔAA’G ≡ ΔCC’A(I.U) => AA’ ≡ CC’ 1 punct

⇨ BB’ ≡ CC’ 1 punct

c) Fie AA’∩ BC = {P}. Δ CC’P ≡ ΔBB’P(C.U) => CP ≡ PB => AA’ mediana 1 punct

SUBIECTUL III

Oficiu 1 punct

a). PN este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci PN || BC
D,M ∈BC, deci PN || DM, deci PDMN este trapez 1 punct
MN este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci
MN = AB/2 (1) 1 punct
DP este mediană în triunghiul ABD (dreptunghic), deci DP = AB/2 (2)
Din (1) şi (2) rezultă MN = DP, deci trapezul PDMN este isoscel 1 punct
b). PT este linie mijlocie în triunghiul AHB, deci PT || BH 1 punct
PM este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci PM || AC 1 punct
Dar AC ⊥ BH, deci PT ⊥ PM 1 punct

SUBIECTUL IV

Oficiu 1 punct

Observand ca *y* număr natural avem

$\frac{2y+1}{3y+1}<1\Rightarrow\frac{z^2+1}{3z+1}<1\Rightarrow z^2+1<3z+1$ sau $z(z-3)<0\Rightarrow z\in\{1;2\}$ 4 puncte

Pentru z=1, obținem y=-1, care nu este număr natural. Pentru z=2 obținem y=2 şi x=1. 2 puncte

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.

INSPECTORATUL SCOLAR JUDETEAN MURES
SOCIETATEA DE STIINTE MATEMATICE DIN ROMANIA
FILIALA MURES

OLIMPIADA DE MATEMATICA
FAZA LOCALA
23.01.2010
BAREM DE EVALUARE
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I

Oficiu — 1 punct

Aplicăm inegalitatea mediilor şi obținem:

$\frac{x+2}{2} \geq \sqrt{2x} \Leftrightarrow x+2 \geq 2\sqrt{2x}$ **,** $x > 0$ — **2 puncte**

Analog: $2y+3 \geq 2\sqrt{6y}$ **,** $y > 0, 3z+4 \geq 2\sqrt{12z}$ **,** $z > 0$**.** — **2 puncte**

Înmulțind relațiile membru cu membru obținem relația cerută. — **2 puncte**

SUBIECTUL II

Oficiu — 1 punct

$-3 \leq x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x+3 \leq 9$ — 1 punct

$\sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 6 \Leftrightarrow |\sqrt{x+3}+3| + |\sqrt{x+3}-3| = 6$ — 2 puncte

Explicitare modul — 2 punct

x+3=36 => x=33 — 1 puncte

SUBIECTUL III

Oficiu — 1 punct

a) Se scrie pe rand t. lui Pit. în triunghiurile MPA, MPC, PAE, PCE, AEB, CEB. — 2 puncte

b) $(t3 \perp \text{şi } tr3 \perp) \Rightarrow d(P,(MBC)) = PT = \frac{PM \cdot PQ}{MQ} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ — 4 puncte

SUBIECTUL IV

Oficiu — 1 punct

Aratam ca $\frac{BT}{BC} \cdot \frac{CQ}{QD} \cdot \frac{DP}{PT} = 1 \Leftrightarrow$ B,P,Q coliniare — 1 punct

T. Catetei in DTA pt. AD si AT => $\frac{DP}{PT} = \frac{AD^2}{AT^2}$ — 1 punct

T. catetei in DAC => $\frac{CQ}{QD} = \frac{AC^2}{AD^2}$ — 1 punct

Deci $\frac{BT}{BC} \cdot \frac{CQ}{QD} \cdot \frac{DP}{PT} = \frac{BT \cdot AC^2}{BC \cdot AT^2}$ — 1 punct

$T \in mediat.[AB], \Delta ABC \approx \Delta TAB \Rightarrow AC^2 = BT \cdot BC$ — 1 punct

Finalizare — 1 punct

NOTA

Orice alta rezolvare corecta se evalueaza cu maxim de puncte.